

Estimation et Modélisation de l'irradiation solaire globale journalière perçue sur un plan horizontal à Bukavu.

Alfred CHUBAKA BASHIGE¹, Albert KABASELE YENGAYENGA²,
MUGUMAODERHA CUBAKA Mac¹, Bertin KAMGANG SIMPLICE²

1. Département de physique, ISP-BUKAVU, R.D Congo

2. Département Physique Appliquée, UPN-Kinshasa, R.D Congo

Résumé :

Contexte : L'irradiation solaire perçue à la surface de la terre est une énergie indispensable pour couvrir les insuffisances liées à la fourniture en énergie électrique et aux dangers que nous guettent les énergies polluantes. Cependant, la maîtrise de l'irradiation solaire globale perçue est conditionnée par des mesures in situ qui nécessitent la présence d'outils appropriés (pyranomètres, pyréliomètre, spectro-radiomètre, ...). Malheureusement, la rareté de ces outils de mesure n'offre pas d'opportunité à leur accessibilité. Voilà pourquoi, il convient de déterminer les modèles mathématiques adaptés à la position géographique du lieu, pour évaluer l'irradiation solaire et de dégager à partir de modèles stochastiques un lien entre l'irradiation solaire globale perçue sur un sol horizontal avec ses composantes directes et diffuses dans des sites d'implantation des systèmes solaires.

Matériels et méthodes : Dans cette étude, nous nous servons des valeurs in situ de l'irradiation solaire perçue sur un plan horizontal et des quatre modèles mathématiques parmi lesquels un choix devra être porté sur un seul à partir des tests statistiques. Les mesures sont effectuées sur un pyranomètre du type LPO2 connecté à un enregistreur du type LI-19 et interfacé par un logiciel Huk seflux Thermal sensor 2.2.0.2. Le traitement se fait sur une feuille d'Excel sur laquelle nous intégrons dans les équations, les paramètres géographiques et horaires du lieu pour le calcul des irradiations diffuses, directes et globales. Enfin par la modélisation par régression sous le modèle polynomial multivarié de Lagrange et par ANOVA, on obtient des modèles reliant l'irradiation solaire in situ aux composantes de l'irradiation calculée issue du modèle de prédiction retenu sur base de test de prédiction.

Résultats : Le test des prédicteurs statistiques R^2 (99%), montre qu'il existe un lien entre l'irradiation solaire globale mesurée et les irradiations solaires calculées à partir des formules mathématiques. Toutefois, les valeurs de nRMSE, nMAE et de nMBE, montrent que le modèle Mathématique de JORDAN convient mieux pour estimer l'irradiation solaire journalière sur le sol horizontal à Bukavu. En plus des équations (24) à (27) issues du modèle polynomial quadratique multivarié de LAGRANGE, un modèle stochastique du type quadratique est, par la suite, établi entre les mesures in situ de l'irradiation solaire globale moyenne et les irradiations solaires I_{dh} et I_{bh} , calculées.

Conclusion : A l'absence des pyranomètres, l'irradiation solaire globale perçue sur une surface horizontale à Bukavu, est mieux estimée par le modèle mathématique de JORDAN. Aussi, connaissant les mesures locales de l'irradiation solaire, on peut obtenir les composantes directe et diffuse par le modèle exponentiel.

Mots clés : Irradiation solaire globale, directe et diffuse, pyranomètre, modélisation, sol horizontal

Date of Submission: 14-01-2022

Date of Acceptance: 29-01-2022

I. INTRODUCTION

L'énergie d'origine solaire arrivant sur la terre est la principale source d'énergie externe. En plus d'être une variable très importante pour le climat, la météorologie ou encore photosynthèse, elle est une source de production d'électricité via des systèmes de conversion comme les panneaux photovoltaïque (PV) ou des systèmes thermodynamiques à concentration. La maîtrise de sa variabilité dans le temps, et qui faciliterait l'optimisation de son exploitation à travers le dimensionnement des cellules photovoltaïques, dépendrait plus des mesures effectuées sur terrain, plutôt que des estimations satellitaires (R. MEGDOUL et cie, 2011).

Cependant, la rareté, si pas le coût des appareils de mesure (pyranomètre, pyréliomètre, spectro-radiomètre, ...) (Ameli L., Alfred C. et cie, 2017) n'offre pas d'opportunités pour connaître la valeur temporelle de l'irradiance solaire globale au sol. Une raison de trop pouvant nous conduire, à partir des modèles mathématiques, de déceler celui qui conviendrait à Bukavu pour estimer l'irradiation solaire.

Déjà les travaux effectués par des mesures locales à Bukavu montrent une bonne tendance dans la perception de la puissance solaire, qu'il faille tourner les études sur cette approche. En effet, il est obtenu par Ameli, Alfred et ali qu'en saison sèche, l'irradiation solaire moyenne est 510,46 W/m² avec un écart type de 127,08W/m² et en saison des pluies elle vaut 474,73 W/m² avec un écart type de 245,73 W/m² respectivement en Août et en Décembre.

De la même manière, comme l'indique la carte du rayonnement ci-dessous, Bukavu par rapport à sa position en RDC et en Afrique, se trouverait dans une région de forte ensoleillement. Cette forte présence de l'irradiation solaire s'expliquerait également par sa faible latitude et sa position par rapport à l'équateur.

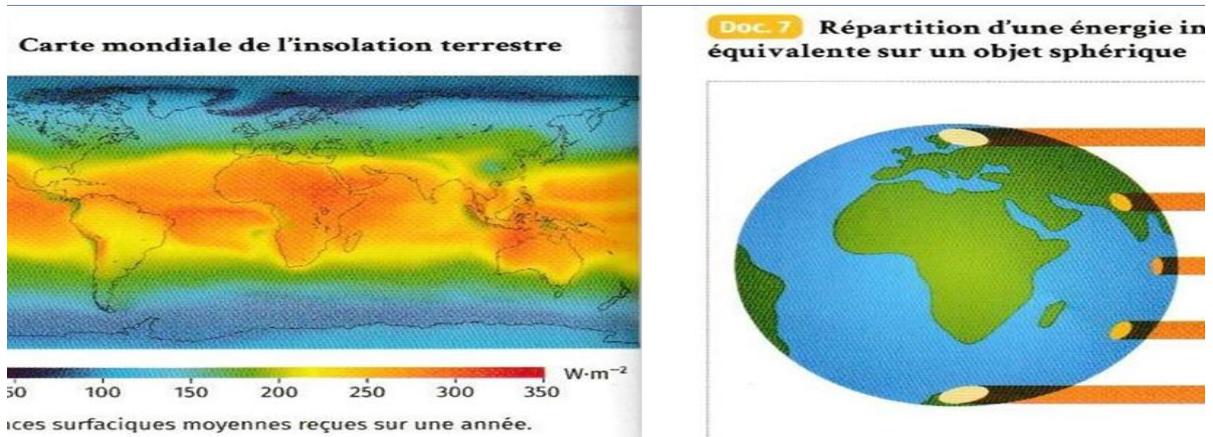


Fig.1. Carte mondiale de la répartition de l'irradiation solaire.

Il est indispensable, pour évaluer l'irradiation solaire, d'avoir des connaissances sur les coordonnées géographiques du lieu et les cordonnées horizontales fixant le soleil en des différents sites. C'est ce qui conduira au choix des formules mathématiques incluant ces paramètres pour estimer l'irradiation solaire globale perçue au sol horizontal.

II. METHODE ET MATERIEL

2.1 Matériel

a. Site d'implatation du Pyranomètre

Le site d'implantation du Pyranomètre est un point des coordonnées géographiques (Latitude : L= 2,526806° Longitude : l=28,8566111° Altitude : Z= 1568 m) situé sur la ville de Bukavu. La ville de Bukavu se situé au Sud-ouest du Lac Kivu. Elle a une superficie de 62,88km², situé à 2° 30' de latitude Sud et à 28° 50' de longitude Est, à une altitude moyenne de 1600m. Elle est limitée au Nord par le Lac Kivu, à l'Est par la rivière Ruzizi qui la sépare de la province de Cyangugu au Rwanda, au Sud et à l'ouest par le territoire de Kabare. Bukavu est la ville la plus élevée de la RDC, situé dans le bassin d'effondrement Est africain appelé *Eastern valley* du graben africain qui explique ainsi son relief accidenté où l'on observe des plateaux fortement disséqués marqués par le relief en forme demi ovale plaçant la ville à 1750 m d'altitude à Cimpunda à Kadutu et 2147.6 m sur le mont NTANDWE à CIKONYI, un des points le plus élevés de la ville

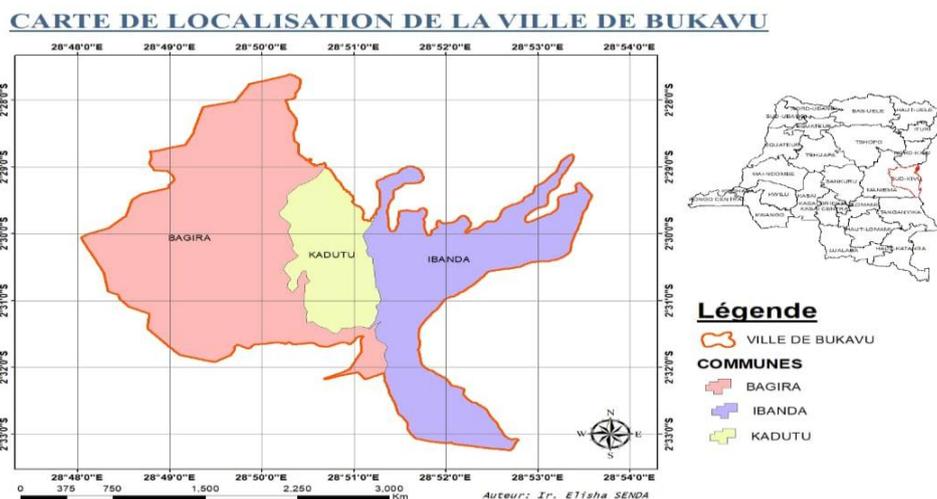


Fig.2 : Carte de localisation de la ville de Bukavu

La ville de Bukavu connaît un climat pluvieux. Située dans la région inter lacustre, la ville de Bukavu a un climat tropical humide tempéré par son altitude. Il s'agit selon CHAMAA, d'un climat tropical pluvieux subéquatorial ou tropical d'Altitude [Chamaa, 1981]. Le climat de Bukavu comporte deux saisons ; la saison sèche et la saison de pluie. La saison sèche (trois mois) est courte, elle va du mois de juin à mi-septembre, tandis que la saison de pluie (neuf mois) s'échelonne sur le reste de l'année. La température annuelle est de 20° C.

b. Matériels utilisés



Fig.3.a : Enregistreur Fig.3.b : Capteur du type LP02

C'est un capteur de flux thermique utilisé pour la mesure de la puissance du rayonnement solaire total en watts par mètre carré. Il est sensible dans un domaine spectral de 300 à 2500 nanomètres selon le filtre utilisé. Il est couplé d'un détecteur (fig.3.b) et d'un enregistreur (fig.3.a) pouvant stocker les données pendant 58 heures 37 minutes pour un intervalle d'une minute entre deux enregistrements.

2.2 Méthodes

2.2.1 Collectes des données d'irradiance

a. Par expérimentation sur un Pyranomètre

L'irradiance solaire globale est captée par un capteur de flux thermique (fig.(b)), type LP02, utilisé pour la mesure de la puissance du rayonnement solaire global reçue par unité de surface, en watts par mètre carré. Un enregistreur (fig.3.a). Cet affichage/enregistreur du type LI-19 est interfacé à l'aide d'un logiciel « Hukseflux Thermal sensors », version 2.2.0.2. Celui-ci facilite alors la lecture des données numériques ou graphiques. Le logiciel est calibré de sorte qu'un intervalle de trente minutes sépare deux valeurs consécutives de l'irradiance solaire. Une fois enregistrées, nous procédons à partir d'une feuille d'Excel, au calcul d'une moyenne journalière des irradiances solaires extraites de l'enregistreur.

b. Par calcul avec utilisation des formules empiriques

Dans une feuille d'Excel, nous procédons au calcul des différentes valeurs liées :

- Aux coordonnées géographiques local et standard du lieu : Longitude, altitude et latitude
- ✓ Coordonnées locales du site: Latitude : L= -2,52680556 Longitude : l=28,8566111 Altitude : Z= 1568 m
- ✓ Coordonnées standards : Latitude : L= -2,51667 Longitude : l=28,8333 Altitude : Z= 1835 m
- Aux coordonnées horizontales du soleil : hauteur solaire h, l'azimut
- Aux Coordonnées équatoriales : angle horaire($\omega < 0$, le matin ; $\omega > 0$, après-midi) et déclinaison δ avec($\delta_o < \delta < \delta_o$ où $\delta_o = 23^\circ 27'$)
- Aux irradiances solaires diffuses(I_{dh}), directes(I_{bh}) et globales telles que : $I_g = I_{bh} + I_{dh}$

2.2.2 Méthode de traitement

2.2.2.1 Test d'estimateurs des prédicteurs

1. Les modèles empiriques utilisés

- ✓ Les modèles mathématiques utilisées et qui font intervenir les coordonnées précédentes sont repris dans le tableau ci-dessous :

Tableau 1. Modèles mathématique, coordonnées horizontales et systèmes horaires

N°	Modèles	Cordonnées horizontales	Systèmes horaires	Formules empiriques I_{bh} et I_{dh}
1	G.TIWARI	$\sin h = \sin(\delta) \sin(\varphi) + \cos(\delta) \cos(\varphi) \cos(\omega)$ Azimut(A_z) compté de 0 à 360° d'E à l'O et de 0 à 180, du Sud au Nord	$\sin \delta(^{\circ}) = 23.45 \sin [\frac{360}{365} (j + 284)]$ $\beta = 2\pi(j - 1)/365$ $\omega = 15(TSV - 12)$ $TSV = Tsl + 4(Ls - L_{Loc}) + ET$ $E_t = 229.2(0.000075 + 0.001868 \cos \beta - 0.032077 \sin \beta - 0.014615 \cos 2\beta - 0.04089 \sin 2\beta)$	$I_{bh} = I_{bn} \sinh$ avec $I_{bn} = I_{on} e^{-I_{R}/(0.9+9.4 \sinh)}$ $I_{dh} = [I_{on} - I_{bn}] \frac{\sinh}{3}$ avec $I_{on} = I_o [1.0 + 0.33 \cos(\frac{360j}{365})]$; $I_o = 1367 \text{ w/m}^2$ T_R ,facteur de trouble dépendant de l'emplacement du lieu(ici la ville)
2	GOSWAMI	Idem	$\beta = (j - 81) \frac{360}{364}$ en degrés $E_t = 9.87 \sin 2\beta - 7.53 \cos \beta - 1.5 \sin \beta$	$I_{bh} = I_{bn} \sinh$ avec $I_{bn} = C_n \cdot I_{on} \cdot e^{-K/\sinh}$ $I_{dh} = C_{I_{bn}}$ C, la constante de clarté

3	JORDAN	Idem	Idem TIWARI	$I_{bn} = I_c \cdot \tau$ $I_c = I_0 [1 + 0.033 \cos(\frac{360}{365} j)]$ $I_{bh} = I_c \cdot \tau_b \cdot \sinh$
4	CAPDEROU	Idem	Idem TIWARI	$I_{bh} = I_c * \exp[-T_L * (0.9 + 9.40.89Z\sinh) - 1] \sinh$ $I_{ah} =$ $I_c * \exp(-1 + 1.06 \log(\sin(h))) +$ $a - \sqrt{a^2 + b^2}$ Avec $a=1.1$ et $b = \log(T_L - T_o) - 2.8 + 1.02 * (1 - \sin(h))^2$

2. Les tests

a. Le coefficient de détermination (R²)

Le coefficient de détermination est d'une valeur comprise entre 0 et 1, il mesure l'adéquation entre le modèle et les données observées. Une valeur de R² égale à 1 ou proche de 1, indique un accord entre la valeur mesurée et calculée, par contre une valeur proche de 0 indique un désaccord.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - x_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \tag{1}$$

x_i désigne la ième valeur prédite(estimée), y_i, la ième valeur mesurée ; leurs valeurs moyennes respectives étant calculée par $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$; $\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$ avec N le nombre de données considérées.

b. L'erreur quadratique moyenne (Mean square Error ; notée MSE)

L'erreur quadratique moyenne est très utiles pour comparer plusieurs estimateurs, notamment lorsque l'un d'eux est biaisé ; elle est donnée par (éq. 3)

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - x_i)^2 \tag{3}$$

Cette valeur de MSE n'est pas très significative pour une interprétation absolue de l'indicateur. En effet, on peut utiliser cet indicateur pour hiérarchiser deux prédicteurs sur un problème donné, mais on ne peut pas facilement donner un sens à cette erreur. Pour manipuler une erreur basée sur la même échelle que la mesure, on peut utiliser la racine carrée du MSE notée RMSE (Root Mean Square Error) et défini par :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - x_i)^2} \tag{4}$$

Si l'on veut comparer des études faites sur deux sites géographiquement éloignés c'est-à-dire situés dans des centroïdes très distants, le RMSE n'est pas utilisable. En effet, si la ressource solaire est plus abondante sur un site, on aura alors un RMSE qui sera aussi plus important, ce qui ne veut pas dire que le prédicteur utilisé est moins bon.

Pour pallier à ce problème, il est possible de normaliser l'erreur par la valeur moyenne du rayonnement. On obtient alors un pourcentage qui n'est pas représentatif de l'ordre de grandeur du rayonnement mesuré. Il existe plusieurs méthodes pour calculer ce RMSE normalisé (nRMSE), mais le cas de cette étude, nous adoptons la relation ci-après :

$$nRMSE = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - x_i)^2}}{\bar{x}} \tag{5}$$

Cette erreur représente la différence entre les valeurs mesurées et les valeurs prédites ; elle indique la dispersion des données autour d'une ligne droite. La meilleure approximation correspond à un RMSE minimal (tendant vers 0).

c. L'erreur moyenne absolue (Mean Absolute Error ; notée MAE)

L'erreur moyenne absolue est une quantité souvent utilisée pour mesurer l'écart des prédictions et des mesures. Sa formule est donnée par :

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - x_i| \tag{6}$$

Tout comme dans le cas du nRMSE, il est possible d'utiliser une forme normalisée de cette erreur, en divisant par la valeur moyenne de l'irradiance solaire que l'on note nMAE.

Le paramètre nMAE (lire normalized Mean Absolute Error) que l'on a choisi d'utiliser dans cette étude s'écrit comme suit :

$$nMAE = \frac{1}{N\bar{x}} \sum_{i=1}^N |y_i - x_i| \tag{7}$$

Notons que l'utilisation du nMAE n'est pas identique à celle du nRMSE. En effet, la nMAE est moins sensible aux erreurs importantes, alors que la nRMSE pénalise lourdement les gros écarts du fait que de la mise

au carrée de l'erreur. Ainsi, diminuer le MAE signifiera améliorer en moyenne la prédiction, alors que diminuer le nRMSE signifiera plutôt, limiter les grosses erreurs de prédiction.

d. Le biais moyen (Mean Bias error ; notée MBE)

Le biais moyen le biais moyen se définit comme étant l'écart algébrique moyen entre la prédiction et la mesure, sa formule et celle de sa valeur normalisée nMBE sont donnée par les relations (8) ci-après :

$$MBE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - x_i) \qquad nMBE = \frac{1}{N\bar{x}} \sum_{i=1}^N (y_i - x_i) \qquad (8)$$

Le biais moyen se rapproche plus de l'erreur sur la prédiction du cumul de la ressource que de l'erreur commise à l'horizon (pas de temps fixe).

En effet, pour :

- MBE<0 (une valeur négative de MBE) : cela veut dire que sur le long terme, le cumul des données de prédiction sous-estime le cumul des mesures réelles ;
- MBE>0 : c'est-à-dire MBE positive, signifie que sa valeur positive surestime le cumul des mesures ;
- MBE=0 : une valeur nulle de MBE ne signifie pas forcément que la prédiction est parfaite.

2.2.2.2. Les régressions

Il s'agit ici, de procéder à la régression, pour déceler un modèle correspondant à l'une des éventualités ci-après et dans les quelles « y » correspond à l'irradiation solaire globale mesurée tandis que « x » ou « z » désigne l'irradiation solaire diffuse ou directe sur une surface horizontale telle qu'obtenue par le modèle d'estimation de l'irradiance par Jordan tel qu'il ressort des formules mathématiques du tableau 2 :

a. Modèle polynomiale quadratique multi-varié de Lagrange

La méthode de Lagrange nous permet de calculer les coefficients a, b, et c du plan d'ajustement (de régression), plan donné mutatis mutandis par les expressions des irradiation solaire globales in situ Irr_g_moy, Irr_g_min, Irr_g_max (respectivement l'irradiation globale moyenne, minimale et maximale) et calculée diffuses Idh, Ibh (respectivement l'irradiation diffuse et directes estimées par Jordan) difficiles à Corréler automatiquement à partir du logiciel SPSS Pro21; Ajustons le Plan des nuages des points sur MATLAB par la Méthode de LAGRANGE telle que :

$$(9) \quad \begin{cases} Ibh = a * Irr_{max_g} + b * Irr_{min_g} + c ; \text{ ou} \\ Ibh = a * Irr_{g_moy} + b * Irr_{g_min} + c ; \text{ ou} \\ Ibh = a * Irr_{g_moy} + b * Irr_{g_max} + c ; \text{ ou} \\ Idh = a * Irr_{g_max} + b * Irr_{g_min} + c ; \text{ ou} \\ Idh = a * Irr_{g_moy} + b * Irr_{g_min} + c ; \text{ ou} \\ Idh = a * Irr_{g_moy} + b * Irr_{g_max} + c ; \text{ ou} \end{cases}$$

où a, b, c sont des constantes à déterminer par dérivations partielles.

En effet, si $A_i(I_{bh}^i, I_{rr_g_max}^i, I_{rr_g_min}^i)$ est un point de ce plan d'ajustement, alors l'écart-type par la fonction différentielle est :

$$(10) \quad Ibh_i = -I_{bh}^i + (a * I_{rr_g_max}^i + b * I_{rr_g_min}^i + c)$$

Définissons la fonction variance par $F = \sum_{i=1}^N Ibh_i^2 = \sum_{i=1}^N [-I_{bh}^i + (a * I_{rr_g_max}^i + b * I_{rr_g_min}^i + c)]^2$

Or F $(I_{bh}^i, I_{rr_g_max}^i, I_{rr_g_min}^i)$ sera minimal quand les dérivées par rapport à a, b et c seront nulles.

$$\frac{\partial F}{\partial a} = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial b} = 0; \quad \text{et} \quad \frac{\partial F}{\partial c} = 0$$

C'est-à-dire :

$$(11) \quad \begin{cases} \frac{\partial F}{\partial a} = 2a \sum I_{rr_g_max}^i (-I_{bh}^i + (a * I_{rr_g_max}^i + b * I_{rr_g_min}^i + c)) = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial b} = 2b \sum I_{rr_g_min}^i (-I_{bh}^i + (a * I_{rr_g_max}^i + b * I_{rr_g_min}^i + c)) = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial c} = 2 \sum (-I_{bh}^i + (a * I_{rr_g_max}^i + b * I_{rr_g_min}^i + c)) = 0 \end{cases}$$

Soit

$$(12) \quad \begin{cases} a \sum I_{rr_g_max}^i{}^2 + b \sum I_{rr_g_max}^i * I_{rr_g_min}^i + c \sum I_{rr_g_max}^i = \sum I_{bh}^i * I_{rr_g_max}^i \\ a \sum I_{rr_g_min}^i + b \sum I_{rr_g_min}^i{}^2 + c \sum I_{rr_g_min}^i = \sum I_{rr_g_min}^i * I_{bh}^i \\ a \sum I_{rr_g_max}^i + b \sum I_{rr_g_min}^i + N = \sum I_{bh}^i \end{cases}$$

D'où le multiplicateur de Lagrange ci-après

$$\begin{bmatrix} \sum I_{rr_g_max}^i & \sum I_{rr_g_max}^i * I_{rr_g_min}^i & \sum I_{rr_g_max}^i \\ \sum I_{rr_g_min}^i * I_{rr_g_max}^i & \sum I_{rr_g_min}^i & \sum I_{rr_g_min}^i \\ \sum I_{rr_g_max}^i & \sum I_{rr_g_min}^i & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum I_{bh}^i * I_{rr_g_max}^i \\ \sum I_{rr_g_min}^i * I_{bh}^i \\ \sum I_{bh}^i \end{bmatrix} \quad (13)$$

A partir duquel nous dégageons :

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sum I_{rr_g_max}^i & \sum I_{rr_g_max}^i * I_{rr_g_min}^i & \sum I_{rr_g_max}^i \\ \sum I_{rr_g_min}^i * I_{rr_g_max}^i & \sum I_{rr_g_min}^i & \sum I_{rr_g_min}^i \\ \sum I_{rr_g_max}^i & \sum I_{rr_g_min}^i & N \end{vmatrix} \quad (14)$$

$$\Delta_a = \begin{vmatrix} \sum I_{bh}^i * I_{rr_g_max}^i & \sum I_{rr_g_max}^i * I_{rr_g_min}^i & \sum I_{rr_g_max}^i \\ \sum I_{bh}^i * I_{rr_g_min}^i & \sum I_{rr_g_min}^i & \sum I_{rr_g_min}^i \\ \sum I_{bh}^i & \sum I_{rr_g_min}^i & N \end{vmatrix} \quad (15)$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} \sum I_{rr_g_max}^i & \sum I_{bh}^i * I_{rr_g_max}^i & \sum I_{rr_g_max}^i \\ \sum I_{rr_g_min}^i * I_{rr_g_max}^i & \sum I_{bh}^i * I_{rr_g_min}^i & \sum I_{rr_g_min}^i \\ \sum I_{rr_g_max}^i & \sum I_{bh}^i & N \end{vmatrix} \quad (16)$$

$$\Delta_c = \begin{vmatrix} \sum I_{rr_g_max}^i & \sum I_{rr_g_max}^i * I_{rr_g_min}^i & \sum I_{bh}^i * I_{rr_g_max}^i \\ \sum I_{rr_g_min}^i * I_{rr_g_max}^i & \sum I_{rr_g_min}^i & \sum I_{rr_g_min}^i * I_{bh}^i \\ \sum I_{rr_g_max}^i & \sum I_{rr_g_min}^i & \sum I_{bh}^i \end{vmatrix} \quad (17)$$

Avec $a = \frac{\Delta_a}{\Delta}$ $b = \frac{\Delta_b}{\Delta}$ $c = \frac{\Delta_c}{\Delta}$

Ainsi pour déterminer les irradiations solaires diffuses et directes à partir des irradiations solaires globales moyennes, minimales et maximales in situ lues sur un capteur, on reproduit les mêmes opérations comme celles effectuées pour $I_{bh}^i = f(I_{rr_g_max}^i, I_{rr_g_min}^i)$ puis on utilise successivement les équations modélisées suivantes :

$$\begin{aligned} I_{bh}^i &= \frac{\Delta_a}{\Delta} * Irr_g_max + \frac{\Delta_b}{\Delta} * Irr_g_min + \frac{\Delta_c}{\Delta} \quad \text{ou ;} \\ I_{bh}^i &= \frac{\Delta_a}{\Delta} * Irr_g_moy + \frac{\Delta_b}{\Delta} * Irr_g_min + \frac{\Delta_c}{\Delta} \quad \text{ou ;} \end{aligned} \quad (18)$$

Et $I_{bh}^i = \frac{\Delta_a}{\Delta} * Irr_g_moy + \frac{\Delta_b}{\Delta} * Irr_g_max + \frac{\Delta_c}{\Delta}$;

$$\begin{aligned} I_{dh}^i &= \frac{\Delta_a}{\Delta} * Irr_g_max + \frac{\Delta_b}{\Delta} * Irr_g_min + \frac{\Delta_c}{\Delta} \quad \text{ou ;} \\ I_{dh}^i &= \frac{\Delta_a}{\Delta} * Irr_g_moy + \frac{\Delta_b}{\Delta} * Irr_g_mi + \frac{\Delta_c}{\Delta} \quad \text{ou ;} \end{aligned} \quad (19)$$

$$I_{dh}^i = \frac{\Delta_a}{\Delta} * Irr_g_moy + \frac{\Delta_b}{\Delta} * Irr_g_max + \frac{\Delta_c}{\Delta}$$

La Procédure par MATLAB nous permet de Créer trois Matrices dont le multiplicateur de Lagrange pour la fonction $F(I_{bh}, I_{rr_max}^i, I_{rr_min}^i)$ est tel que : $Lx \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = Y$

$$\begin{bmatrix} \sum Irr_max_g^2 & \sum Irr_max_g * Irr_min_g & \sum Irr_max_g \\ \sum Irr_min_g * Irr_max_g & \sum Irr_min_g^2 & \sum Irr_min_g \\ \sum Irr_max_g & \sum Irr_min_g & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum I_{bh}^i * Irr_max_g \\ \sum Irr_min_g * I_{bh}^i \\ \sum I_{bh}^i \end{bmatrix} \quad (20)$$

Soit pour obtenir les coefficients a,b et c des équations (19) ,résoudre sous Matlab :

$$\text{Coefficients} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \text{Matrice Inverse } L \times \text{Matrice Colone } Y$$

b. Regression sous ANOVA.

Pour y arriver nous devons nous servir du Logiciel SPSS qui nous permettra successivement de :

- Utiliser l'ANOVA pour tester l'homogénéité de la régression ;
- Déterminer les coefficients de régression ;
- Déduire l'(les) équation(s) de la régression qui sont, bien évidemment, les modèles recherchés ;
- Tenir compte du fait que le choix d'un modèle est conditionné par le seuil de confiance ($\alpha < 0.05$) exprimant le lien entre les variables et la tolérance ($\delta = 0.0001$) en deçà de laquelle un terme n'est éligible dans une équation de modélisation.

III. RESULTATS ET DISCUSSIONS SUR L'ESTIMATION ET LA MODELISATION DES VALEURS JOURNALIERES DE L'IRRADIATION SOLAIRE SUR UN SOL HORIZONTAL A BUKAVU.

1. Graphiques des irradiances solaires globales mesurées sur un sol horizontal et des irradiances globales journalières prédites par des modèles mathématiques

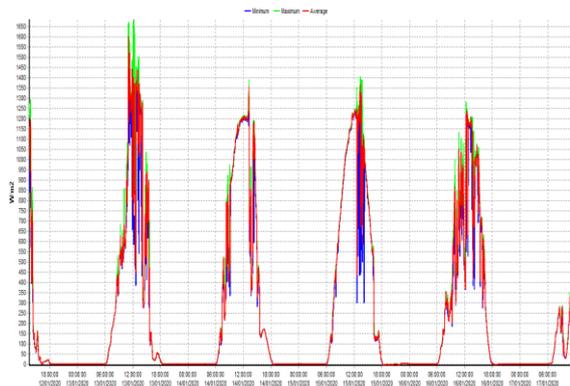


Fig.4.a : Irradiance globale mesurée par le Pyranomètre Jordan

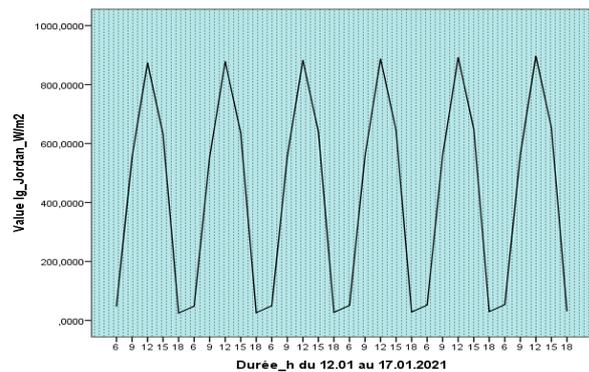


Fig.4.b : Irradiance globale prédite par le modèle de Jordan

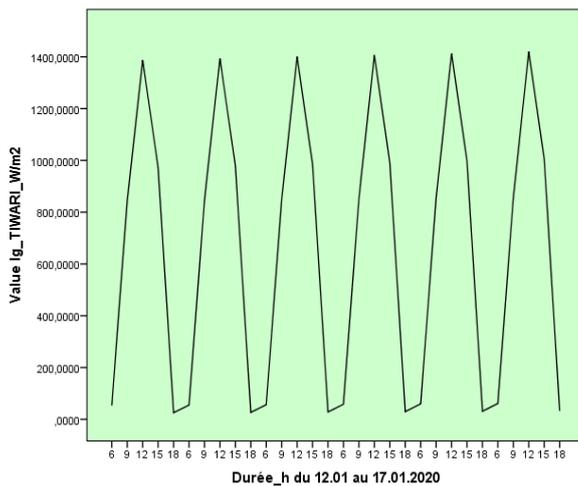


Fig.4.c : Graphe Irradiance globale prédite par le modèle TIWARI

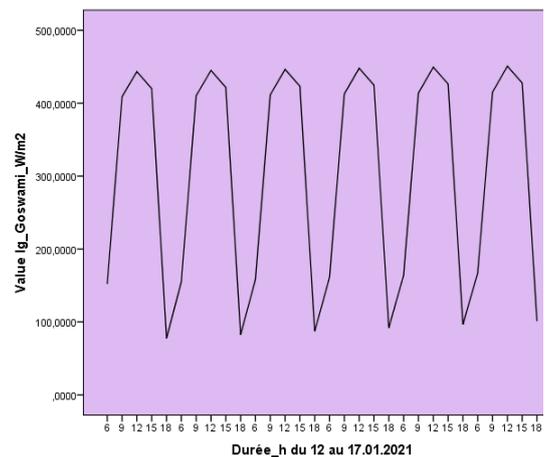


Fig4.d : Graphe de l'Irradiance globale prédite par le modèle de Goswami

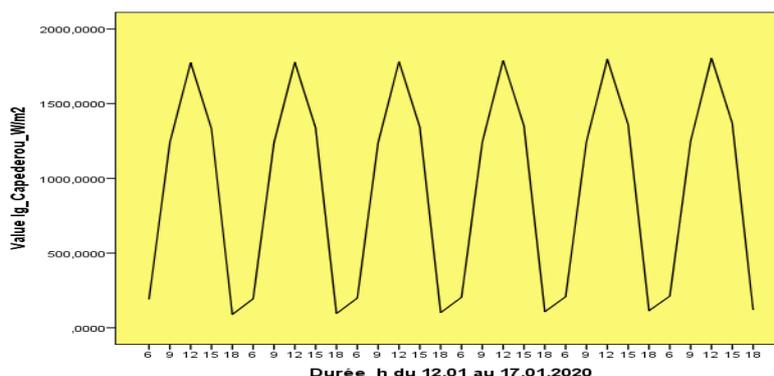


Fig.4.e : Graph de l'irradiance globale prédite par le modèle de Capderou à partir de SPSS

Commentaire :

Une lecture faite sur les cinq figures traduit, soit la surestimation, soit la sous-estimation des mesures de l'irradiance solaire globale perçue sur une surface horizontale mesurées in situ à Bukavu.

En effet, comparativement au graphique (fig.4.a) des irradiances mesurées in situ par le pyranomètre il s'aperçoit que le modèle :

- ✓ Le modèle de GOSWAMI (fig 4.d) sous-estime les mesures locales de l'irradiance solaire globale. Les valeurs obtenues ($\pm 150\text{W/m}^2$) à 6h sont largement supérieures aux mesures du Pyranomètre (± 10 à 30W/m^2) tandis que les valeurs maximales ($\pm 430\text{W/m}^2$) prédites sous-estime l'irradiance maximale mesurée ($\pm 1500\text{W/m}^2$). Par contre à 18h, les valeurs calculées (± 20 à 25W/m^2) et mesurées (± 5 à 20W/m^2).
- ✓ Le modèle de TIWARI (fig.4.c), quand bien même, il estime mieux l'irradiance à 6h et à 18h, il se révèle qu'entre les deux temps solaires locaux, les valeurs sont de loin sur estimées et c'est ce qui conduit à la non fiabilité du modèle.
- ✓ Le modèle de CAPEDEURO(fig.4.e) donne des irradiances calculées de l'irradiance solaire à 6h et à 18 h, des valeurs voisines des mesures in situ. Mais alors les valeurs pics ($>1500\text{W/m}^2$) font de ce modèle, une moyenne qui s'éloigne trop des valeurs mesurées.
- ✓ Le modèle de JORDAN (fig.4.b) sur-estime faiblement l'irradiation solaire maximale mesurée pendant que les valeurs obtenues à 6h et 18h ($\pm 25\text{w/m}^2$) sont proches des valeurs mesurées à quelques erreurs près. L'allure est ainsi observée sur le graphique.

2. Test des prédicteurs

Ci-dessous, nous avons un tableau qui reprend les résultats des tests des différents prédicteurs de l'irradiation solaire perçue sur une surface horizontale à Bukavu.

Tableau.2. Les résultats de test des prédicteurs

Test	TIWARI	GOSWAMI	JORDAN	CAPDEROU
R ²	0,99	0,97	0,99	0,99
MSE	3146660,297	39523,56	140752,663	282300,43
RMSE	560,9458	198,80	375,170	531,31
nRMSE	0,64	0,2276	0,4295	0,60
MBE	435,9	-15,71	306,21	469,92
nRMBE	0,49	-0,0179	0,3505	0,538
MAE	440,38	171,46	322,159	472,74
nMAE	0,485	0,18	0,35505	0,5210

Le tableau 2 illustre les résultats de calcul statistique abouti par la comparaison entre le calcul théorique de l'irradiation solaire globale par le modèle de Jordan, de Tiwari, de Goswami, de Capderou et les mesures expérimentales. Le coefficient de détermination est appréciable partout où le coefficient de détermination est $R^2= 0.99$ mais les valeurs de nRMSE, nRMBE et nMAE étant faibles chez Jordan qu'ailleurs, son modèle quand bien même il surestime l'irradiation solaire, représente mieux l'irradiation solaire pour l'estimer à Bukavu. Le signe moins de MBE exprime le fait que le modèle de Goswami sous-estime l'irradiation solaire.

3. Modélisation

L'objet consiste ici à trouver un modèle sur base duquel, nous pouvons obtenir les irradiances diffuses et directes sur le site de Bukavu connaissant les irradiances moyennes, maximales et minimales journalières mesurées sur un pyranomètre.

a. Modélisation par modèle polynomial Quadratique Muti-Varié de Lagrange sous Matlab 17.0

Connaissant les irradiances solaires maximales et minimales mesurées par le pyranomètre, la modélisation par le modèle polynomial quadratique multi-varié de Lagrange nous donne, après résolutions sur Matlab sous format long du système matriciel (20), les irradiances solaires directes I_{bh}^i et diffuses telle que :

$$I_{bh} = + 823,8991693562275 + 0,9024388723958 * Irr_g_max - 17,8643705251732 * Irr_g_min \quad (21)$$

Et

$$I_{dh} = 126.2628977684564 - 0.0207040029876 * Irr_g_max + 0.0573289288554 * Irr_g_min \quad (22)$$

La modélisation sous le modèle quadratique de Lagrange peut également nous permettre d'exprimer les irradiances diffuses et directes en fonctions des irradiances solaires moyennes et minimale mesurées sur un pyranomètre telles que définie ci-dessous :

$$I_{bh} = 547,3471036139599 - 0,1683324370122 * Irr_g_moy + 0,3458651937545 * Irr_g_min \quad (23)$$

Et

$$I_{dh} = 125,6742803456834 - 0,0454548196774 Irr_g\ moy + 0,0838144136144 Irr_g_min \quad (24)$$

Les équations ainsi obtenues permettent chacune en ce qui la concerne d'obtenir les irradiances solaires diffuses et directes lorsque l'on dispose d'un capteur à partir duquel l'on enregistre que les irradiances moyennes, minimale et maximale globale perçue sur un sol horizontal.

b. Modélisation par modèle quadratique polynomial de Lagrange sous ANOVA sur SPSS 20.0

1. Modélisation de l'irradiation diffuse prédite par Jordan par ANOVA

Tableau 3. Récapitulatif du modèle quadratique polynomial sous ANOVA de l'irradiation diffuse prédite par le modèle de Jordan.

	Sum of Squares	Df	Mean Square	F	Sig.
Regression	25455,179	2	12727,589	11,743	,000
Residual	393445,641	363	1083,872		
Total	418900,820	365			

The independent variable is I_{g_moy} capteur en W/m².

Tableau 4. Les coefficients par la régression quadratique de l'irradiation diffuse prédite par le modèle de Jordan.

	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
I_{g_moy} capteur en W/m ²	,194	,042	,920	4,679	,000
I_{g_moy} capteur en W/m ² ** 2	,000	,000	-,824	-4,194	,000
(Constant)	95,054	9,010		10,550	,000

Le seuil de signification entre les variables prédites par le modèle de Jordan et mesurées par le pyranomètre étant largement inférieur à 0,05, il s'aperçoit qu'il existe un lien entre l'irradiation solaire diffuse et l'irradiation solaire moyenne mesurée tel que représente dans l'équation ci-après :

$$I_{dh} = 95.054 + 0.194 I_{moy_g} - 0,000196964173 I_{moy_g}^2 \quad (25)$$

Tableau 5. Récapitulatif du modèle exponentiel sous ANOVA de l'irradiation diffuse prédite par le modèle de Jordan.

	Sum of Squares	Df	Mean Square	F	Sig.
Regression	,531	1	,531	8,363	,004
Residual	23,094	364	,063		
Total	23,624	365			

The independent variable is I_{g_moy} capteur en W/m².

Tableau 6. Les coefficients par la régression exponentielle de l'irradiation diffuse prédite par Jordan

	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
Irr_g_moy capteur en W/m2	,000	,000	,150	2,892	,004
(Constant)	119,452	4,857		24,592	,000

The dependent variable is $\ln(\text{Idh_diffus_Model_Jordan_W/m}^2)$.

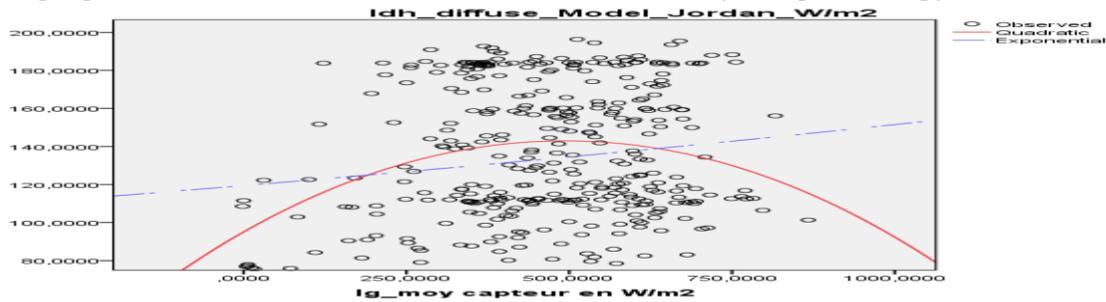
Le seuil de signification est aussi convenable ($S=0.004$) pour qu'il soit possible de dégager l'équation reliant l'irradiation solaire diffuse sur un sol horizontal sous Jordan à l'irradiation moyenne mesurée par le pyranomètre dont la forme est :

$$I_{dh} = 119,452085 \exp(0,00023768974 * I_{g_moy})$$

(26)

Le constant fait sur le seuil de signification obtenu sur les deux modèles ($0.000 < 0.004$) conduit révéler que le modèle quadratique polynomial exprimé par l'équation (25), convient mieux pour lier les irradiations solaires diffuses et globales moyennes sur un sol horizontal plutôt que le modèle l'exponentiel (26).

Graphiques 3. L'irradiation diffuse fonction de l'irradiation moyenne globale du pyranomètre.



c. **Modélisation de l'irradiation solaire directe prédite par le modèle de Jordan par ANOVA**

Tableau7. Récapitulatif du modèle quadratique polynomial sous ANOVA de l'irradiation solaire directe prédite par le modèle de Jordan.

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	543010,765	2	271505,382	12,597	,000
Residual	7823806,423	363	21553,186		
Total	8366817,187	365			

The independent variable is I_{g_moy} capteur en W/m^2 .

Tableau 8. Les coefficients par la régression quadratique de l'irradiation solaire directe prédite par le modèle de Jordan.

	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	T	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
Irr_g_moy capteur en W/m2	,889	,185	,942	4,804	,000
Irr_g_moy capteur en W/m2 ** 2	-,001	,000	-,836	-4,264	,000
(Constant)	408,577	40,179		10,169	,000

Nous référant au tableau 7 et 8, où le seuil de signification entre les variables prédites par le modèle de Jordan et celles mesurées par le pyranomètre est $S=0,000 < 0,05$ et que la tolérance pour la rétention des termes dans l'équation étant $t=0.000 < 0.0001$, il en résulte qu'il existe un lien entre l'irradiation solaire diffuse et l'irradiation solaire moyenne mesurée sur un sol horizontal à Bukavu tel que représenté dans l'équation ci-après :

$$I_{dh} = 408,577 + 0,889 I_{g_moy} - 0,001 I_{g_moy}^2$$

(27)

Tableau 8 récapitulatif du modèle exponentiel sous ANOVA

	Sum of Squares	Df	Mean Square	F	Sig.
Regression	,653	1	,653	9,663	,002
Residual	24,612	364	,068		
Total	25,265	365			

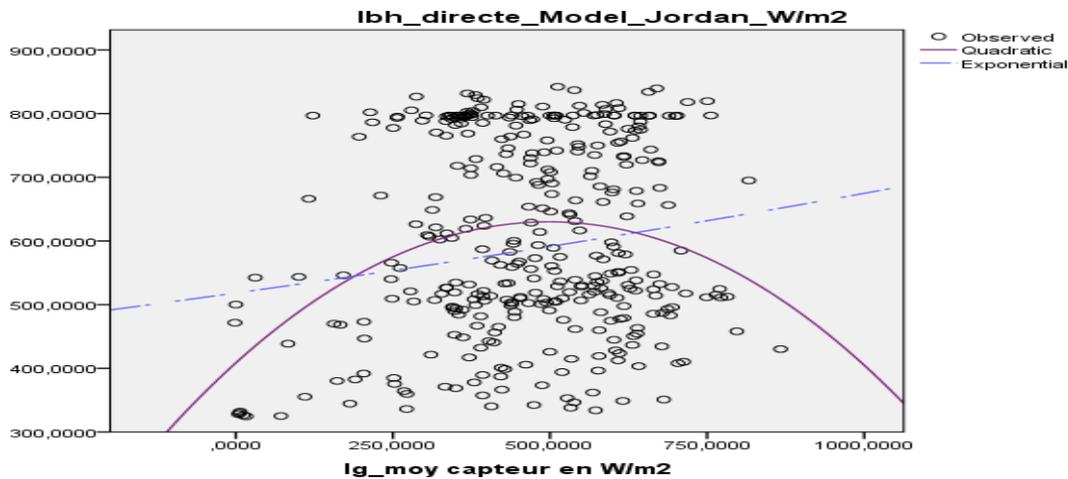
The independent variable is I_{g_moy} capteur en W/m2.

Tableau 9. Les coefficients par la régression exponentielle de l'irradiation diffuse prédite par Jordan

	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
Irr_g_moy capteur en W/m2	,000	,000	,161	3,108	,002
(Constant)	518,364	21,760		23,821	,000

The dependent variable is $\ln(I_{bh_directe_Model_Jordan_W/m2})$.

Graphiques 4. L'irradiation directe fonction de l'irradiation moyenne globale du pyranomètre.



La tolérance (0,0001) admissible pour la rétention des coefficients n'étant pas respectée dans le cas du modèle exponentiel, il ressort qu'il n'est non plus indispensable pour modéliser l'irradiance solaire directe à partir de l'irradiance solaire mesurée sur une surface horizontale.

IV. CONCLUSIONS

L'objet de cette étude qui s'inspire des mesures de l'irradiance en 2020, se focalise dans d'estimation l'irradiation solaire globale perçue sur le sol horizontal à Bukavu ainsi que la modélisation de ses composantes diffuse et directe en vue d'apporter solution au problème de la rareté des capteurs pour mesurer l'irradiations solaire.

D'une part, il ressort de l'analyse faite sur les quatre modèles mathématiques, que celui de Jordan convient mieux pour estimer l'irradiation solaire à Bukavu au point de coordonnées géographiques 28,856611° de longitude Est et 2,526806° de latitude Sud.

En effet, pour ce modèle il s'en est dégagé à partir de test des prédictors que le coefficient de détermination est appréciable ($R^2=0.99$) et que le nRMSE, nRMBE et nMAE sont faibles par rapport aux modèles de TIWARI et CAPDEROU qui présente la même valeur du coefficient de détermination.

D'autre part, les composantes de l'irradiation solaire journalière sur un sol horizontal telles que prédites par le modèle de Jordan, s'obtiennent quand on connaît les irradiances maximales et minimales in situ par les équations (21) à (24) issue du modèle polynomiale quadratique multivarié de LAGRANGE.

$$I_{bh} = + 823,8991693562275 + 0,9024388723958 * Irr_g_max - 17,8643705251732 * Irr_g_min$$

$$I_{dh} = 126.2628977684564 - 0.0207040029876 * Irr_g_max + 0.0573289288554 * Irr_g_min$$

$$I_{bh} = 547,3471036139599 - 0,1683324370122 * Irr_g_moy + 0,3458651937545 * Irr_g_min$$

Et

$$I_{dh} = 125,6742803456834 - 0,0454548196774 Irr_g_moy + 0,0838144136144 Irr_g_min$$

Par ailleurs, sous ANOVA, il s'en est dégagé que par régression quadratique, l'on s'approche le plus des relations qui expriment les composantes de l'irradiance solaire en fonction de l'irradiance globale moyenne, que lorsque la régression se fait sous un modèle exponentiel qui présente une tolérance $\delta > 0,0001$, excédentaire, conditionnant le choix des termes de l'équation. Les équations modélisées (25) et (27) représentent alors les expressions des I_{dh} et I_{bh} telles que repris ci-dessous :

$$I_{dh} = 95.054 + 0.194 I_{g_moy} - 0,000196964173 I_{g_moy}^2$$

Et

$$I_{dh} = 408,577 + 0,889 I_{g_moy} - 0,001 I_{g_moy}^2$$

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1]. Philippe Blanc, Lucien Wald (2015), l'estimation du rayonnement solaire au sol par la nouvelle méthode Héliosat-4, *Météorologie* N°90 d'août 2015, Pge 53-61
- [2]. K. KERKOUCHE, F.CHERFA et A.H.ARAB, (2013) Evaluation de l'irradiance solaire globale sur une surface inclinée selon différents modèles pour le site de Bouzaréah, *Rév. Energy. Renouv.*, 16(2) (2013) 269-284.
- [3]. B. GUERRIER, E. BOILEAU et C.BERNARD(1980), Analyse statistique temporelle de l'irradiance solaire globale quotidienne : modélisation d'une variable réduite à l'aide de physique de modèles stochastique A.R.M.A., *Révue de Physique Appliquée, société française de physique/EDP*, 1980,15(2), pp.93-102. Consulté sur <https://hal.archives-ouvertes.fr/jpa-00244736>
- [4]. Benbouza Naima (2008) Etude du rayonnement solaire dans la région de Batna, *Mémoire de Magister, Université de BATNA, Algérie*, Pge 5-22
- [5]. Ameli L, Alfred C.B et cie (2017) Mesure locale de l'irradiance solaire pour l'évaluation de la performance de l'unité photovoltaïque installée à l'ISP, Bukavu, *Afrique Science* 13(6)(2017)338-3348
- [6]. M.S.CHAMAA, J.E.BDON, P.Y. BOUREAU(2018), Atlas de la ville de Bukavu, CERUKI-ISP/Bukavu.
- [7]. R.MEGDOUL,M.TAQI et N.BELOUAGGADIA(2011), Estimation du rayonnement solaire dans la zone de Cassablanca, *Congrès international sur les énergies renouvelables et efficacité énergétique*, (20-21 avril 2011)1-6.
- [8]. M.CAPDEROUX (1987), « Atlas solaire de l'Algérie, modèle théoriques et expérimentaux », tome1. Volume (1.2), office de publication Universitaires, Alger
- [9]. KINNEAR,P., Colin GRAY(2005), *SPSS facile appliqué à la psychologie et aux sciences sociales, maîtriser le traitement des données*, de Boeck.
- [10]. RICCO ROKOTOMALALA (2011), *Pratique de la Régression Linéaire Multiple : Diagnostique et sélection de variable*, Université de Lyon 2 (<http://dis.univ-lyon2.fr/>)
- [11]. Zekai Sen (2008) *Solar Energy Fundamentals and Modeling Techniques*, Springer-Verlag, London.
- [12]. Hanae LOUFI (2017), « prédiction des composantes de l'irradiation solaire sur plan horizontal en utilisant les réseaux des neurones artificiels » Thèse présentée et soutenue à l'université MUHAMED
- [13]. T.A.tawfik Hussein(2012) "estimation of hourly global solar radiation in egypt using mathematical model,int.j latest trends Agr.food sci (2)(2).
- [14]. N. Bachari, N. Benabadi, A. Razagui et A. H. Belbachir ; Estimation et Cartographie des Différentes Composantes du Rayonnement Solaire au Sol à Partir des Images Météosat , *Rev. Energ. Ren.* Vol. 4 (2001) 35-47
- [15]. KABASELE Y. (2019), la modélisation du fleuve Congo et marées océaniques de Muanda par climatologie spatiale, édité par la revue des Géosciences et innovation spatiale de IGC, Kinshasa.

Alfred CHUBAKA BASHIGE, et. al. "Estimation et Modélisation de l'irradiation solaire globale journalière perçue sur un plan horizontal à Bukavu." *IOSR Journal of Applied Physics (IOSR-JAP)*, 14(01), 2022, pp. 13-24.