

# L'indexation des images à base des extrema des IMF's de la décomposition BEMD en utilisant les fonctions radiales de base à support compact

Tarek ZOUGARI<sup>1</sup> Mohammed ARRAZAKI<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Département Mathématiques et Informatiques, Ecole Nationale des Sciences Appliquées de Tanger, Université Abdelmalek Essaâdi Maroc

<sup>2</sup> Département Mathématiques et Informatiques, Faculté des Sciences Tétouan, Université Abdelmalek Essaâdi Maroc

**Résumé:** Dans cet article, nous allons accélérer l'algorithme d'indexation et de recherche d'images par le contenu basée sur la décomposition d'image en ses IMF's (fonctions modales intrinsèques) en utilisant les fonctions radiales de base à support compact (CSRBF) comme fonctions d'interpolation à la place des fonctions radiales de base globales. En général l'extraction de vecteur descripteur basée sur la décomposition d'image en ses IMF's s'appuie sur une corrélation spatiale des extrema de chaque IMF. L'efficacité de la méthode proposée est testée sur la base Columbia qui contient 1440 images décrivant 20 objets différents, constitués par des images avec différentes orientations et transformations d'échelle.

**Mots-clés:** Recherche d'image, vecteur descripteur, BEMD, fonction CSRBF, corrélation spatiale

## I. Introduction

La recherche d'images par le contenu est un domaine de recherche actif et progresse rapidement. Une façon plus efficace et intuitive de représenter l'information visuelle serait basée sur les propriétés qui sont inhérentes dans les images elles-mêmes. Le problème fondamental de l'indexation des images est de choisir une bonne représentation de l'image, qui doit vérifier certaines propriétés comme l'invariance par certaines classes de transformations géométriques (translation, rotation) [2]. Dans ce cadre, nous visons à accélérer le temps de l'indexation et de la recherche d'images par le contenu basé sur la décomposition BEMD (Bidimensional Empirical Mode Decomposition) [1]. La BEMD extrait la fonction modale intrinsèque (IMF), directement à partir de l'image par le processus de tamisage. L'extraction de vecteur descripteur s'appuie sur la corrélation spatiale des extrema de chaque IMF. La méthode proposée a été bien testée en utilisant la base de données de l'Université de Columbia [7].

Cet article est divisé en trois parties. La première est une présentation de la décomposition BEMD et Corrélation spatiale des extrema des IMF's. Puis, nous présentons notre méthode proposée de BEMD avec les fonctions radiales de base à support compact pour extraire les vecteurs descripteurs. Les résultats de deux méthodes seront présentés dans la troisième partie.

## II. Décomposition Modale Empirique Bidimensionnelle Et Corrélation Spatiale Des Extrema De L'imf

### 2.1 Décomposition modale empirique bidimensionnelle

La Décomposition Modale Empirique Bidimensionnelle (BEMD, Bidimensional Empirical Mode Decomposition) décompose les composantes de fréquence spatiale en un ensemble des IMF's où le composant le plus élevé de fréquence spatiale de chaque position dans l'espace est dans la première IMF et le second composant le plus élevé de fréquence spatiale de chaque position dans l'espace est dans la seconde IMF etc. Nous allons présenter l'algorithme correspondant à la BEMD pour une image  $I(m, n)$  [1].

1. Initialisation : on pose  $r_0(m, n) = I(m, n)$   $k = 1$
2. Extraction de la  $k$ ème IMF, notée  $d_k(m, n)$  (Début de processus de tamisage).
  - a) Initialisation :  $h_0(m, n) = r_{k-1}(m, n)$   $j = 1$
  - b) Extraire les minima et les maxima locaux de  $h_{j-1}(m, n)$
  - c) Interpoler les minima locaux et les maxima locaux pour construire les enveloppes  $EnvMin_{j-1}(m, n)$  et  $EnvMax_{j-1}(m, n)$ .
  - d) Calculer la moyenne des deux enveloppes :
$$m_{j-1}(m, n) = (EnvMin_{j-1}(m, n) + EnvMax_{j-1}(m, n)) / 2$$
  - e) Mettre à jour  $h_j(m, n) = h_{j-1}(m, n) - m_{j-1}(m, n)$  avec  $j = j + 1$

f) Calculer le critère d'arrêt:

$$SD(j) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^T \left[ \frac{(h_{j-1}(m, n) - h_j(m, n))^2}{h_{j-1}^2(m, n) + \varepsilon} \right]$$

Où  $\varepsilon$  est un terme (faible) destiné à éliminer d'éventuelles divisions par zéro.

g) Décision pour le processus de tamisage:

- Si le critère d'arrêt est satisfait:  $SD(j) < SD_{max}$

Alors  $d_k(m, n) = h_j(m, n)$

- Sinon, retourner en (b) avec  $j = j + 1$

3. Mettre à jour le résidu  $r_k(m, n) = r_{k-1}(m, n) - d_k(m, n)$

4. Décision pour le processus de décomposition :

- Si  $r_k(m, n)$  a encore au moins quatre extrema, retourner en (2) avec  $k = k + 1$

- Sinon, la décomposition est terminée  $r_k(m, n)$  est le résidu  $r(m, n)$  de cette décomposition.

Ainsi, on obtient une décomposition de l'image sous la forme :

$$I(m, n) = \sum_{k=1}^P d_k(m, n) + r(m, n) \quad P \in \mathbb{N}^*$$

La netteté des images exige une technique performante pour l'extraction des extrema, l'élaboration des méthodes d'interpolation à base d'autres fonctions d'interpolation et un critère d'arrêt adéquat et adaptatif à la nature de l'image permettant l'extraction de toute l'information utile et ainsi la réduction du temps de calcul.

Dans le processus de la décomposition, l'interpolation constitue une problématique pour l'estimation des surfaces formées par les extrema afin d'extraire les différentes IMF's. En effet, la construction des deux enveloppes inférieure et supérieure est faite par interpolation respectivement des maxima et minima. La dispersion de ces extrema entraîne un problème du choix de la fonction d'interpolation[2].

## 2.2 Fonctions d'interpolation radiales de base globales

Une manière simple d'approcher une fonction  $f$  connue en  $N$  points distincts  $X = \{x_1, \dots, x_N\}$  est de choisir une fonction  $\phi(x): \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$  et de formuler l'interpolant sous la forme :

$$S_{f,X}(x) = \sum_{j=1}^N \alpha_j \phi(x, x_j)$$

tel que

$$S_{f,X}(x_j) = f(x_j) \quad \forall j = 1, \dots, N$$

Autrement, on doit chercher le vecteur  $\alpha = (\alpha_i)_{i=1 \dots N}$  solution du système:

$$\begin{pmatrix} \phi(x_1, x_1) & \dots & \phi(x_1, x_N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi(x_N, x_1) & \dots & \phi(x_N, x_N) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x_1) \\ \vdots \\ f(x_N) \end{pmatrix} \quad (1)$$

Le système (1) peut s'écrire sous la forme matricielle suivante

$$A_{\phi,X} \alpha = F$$

Avec  $A_{\phi,X} = (\phi(x_i, x_j))_{i,j \in [1,N]^2}$  une matrice de dimension  $N \times N$  et  $F = (f_i)_{i=1 \dots N}$  est le second membre déterminé à partir de la fonction  $f$  et de l'ensemble des points distincts  $\{x_1, \dots, x_N\}$  données. Pour un choix donné de  $\phi$ , on peut déterminer le vecteur  $\alpha$  dans le cas où la matrice est inversible [6].

Mais le problème qui se pose est le choix de la fonction  $\phi$  pour que la matrice

$$A_{\phi,X} = (\phi(x_i, x_j))_{i,j \in [1,N]^2}$$

soit inversible pour cet échantillon de points distincts?

Pour le système (1) admette une solution, on doit choisir la fonction  $\phi$  définie positive ou complètement monotone. Il existe plusieurs fonctions qui peuvent être utilisées comme fonction de base pour les fonctions radiales de base [6]. On va présenter sous-dessous quelques fonctions radiales de base:

### Exemples 1

$\phi(x) = e^{-x}$	Gaussienne (GA)
$\phi(x) = x \log(x)$	Logarithme
$\phi(x) = x$	Linéaire
$\phi(x) = \sqrt{x^2 + 1}$	Multi-Quadratique (MQ)
$\phi(x) = x^2 \log^2(x)$	Thin-Plate-Spline (TPS)

Les fonctions radiales de base GA et MQ sont des fonctions définies positives. Donc la matrice du système (1) engendrée par ces fonctions est inversible et la solution est unique pour ce cas. Mais certaines

fonctions radiales de base telles que les fonctions TPS ne sont pas définies positives ni complètement monotone. Pour remédier à ce problème, il faut ajouter des restrictions à la matrice d'interpolation du système [6]. Il faut introduire d'autres conditions pour que la matrice soit inversible afin que le système admette une solution unique.

**2.3 Corrélation spatiale des extrema des IMF's**

La détermination du descripteur d'une image est une étape très importante, il indique l'aspect général de description de l'image. Dans le domaine de recherche d'images par le contenu différents types de descripteurs images ont été introduits [8] [9]. Les descripteurs de forme peuvent être calculées à partir des moments complexes et géométriques [8], ou à partir de la transformée de Mellin Fourier [9]. Généralement, un descripteur d'image doit contenir toutes les informations contenues de l'image.

Soit  $I(x, y)$  un IMF que nous considérons comme une image en niveaux de gris, et  $I_M(x, y)$ ,  $I_m(x, y)$  respectivement l'image de maxima binaire et l'image de minima binaire, et pour chaque matrice on construit respectivement un vecteur ligne et un vecteur colonne par sommation des lignes et des colonnes après la binarisation, en général pour les deux matrices on aura quatre vecteurs notés :  $V_{max}^C, V_{max}^L, V_{min}^C$  et  $V_{min}^L$ . Soit une IMF de taille (m,n) :

$$V_{max}^C(j) = \sum_{i=1}^m I_M(i, j) \quad V_{max}^L(j) = \sum_{i=1}^n I_M(j, i)$$

$$V_{min}^C(j) = \sum_{i=1}^m I_m(i, j) \quad V_{min}^L(j) = \sum_{i=1}^n I_m(j, i)$$

On construit pour chaque IMF quatre matrices de corrélation par combinaison entre les quatre vecteurs obtenus par l'équation suivant :

$$Corr(V_{Max}^C, V_{Max}^L) = \frac{conv(V_{Max}^C, V_{Max}^L)}{std(V_{Max}^C) \cdot std(V_{Max}^L)} \quad Corr(V_{min}^C, V_{min}^L) = \frac{conv(V_{min}^C, V_{min}^L)}{std(V_{min}^C) \cdot std(V_{min}^L)}$$

$$Corr(V_{Max}^C, V_{min}^L) = \frac{conv(V_{Max}^C, V_{min}^L)}{std(V_{Max}^C) \cdot std(V_{min}^L)} \quad Corr(V_{min}^C, V_{Max}^L) = \frac{conv(V_{min}^C, V_{Max}^L)}{std(V_{min}^C) \cdot std(V_{Max}^L)}$$

Toutes les matrices de corrélations obtenues sont symétriques et la diagonale est égale à 1 [3].

Enfin, on construit le vecteur descripteur pour chaque IMF dont les éléments sont respectivement la plus grande valeur propre de chaque matrice de corrélation, c'est-à-dire pour la kème IMF on a  $V_k = [V_1, V_2, V_3, V_4]$  où les  $V_i$  sont les valeurs propres maximales des matrices de corrélation ci-dessus. Après construction et stockage des vecteurs descripteurs de toute la base d'images on procède à la recherche des images similaires à l'image requête, cette mesure de similarité est faite au sens de la mesure de la distance de Minkowski entre le vecteur descripteur de l'image requête et les vecteurs descripteurs des images de la base. Les images retenues sont celles qui présentent une distance minimale. La distance entre deux vecteurs descripteurs de deux IMF s est donnée par :

$$d_k(V_{r,k}, V_{m,k}) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M |V_{r,k}(i) - V_{m,k}(i)|^2$$

Où,  $V_{r,k}$  et  $V_{m,k}$  sont respectivement les vecteurs descripteurs de la kème IMF de l'image requête et la kème IMF de l'image de la base de données, avec  $M=4$  et La distance entre l'image requête et une image de la base de données est définie par :

$$D(I_r, I_m) = \sum_{k=1}^K \alpha_k \times d_k(V_{r,k}, V_{m,k})$$

Avec  $\alpha_k$  dépend de nombre des IMF's

**III. Décomposition Modale Empirique Bidimensionnelle Avec Les Fonctions Radiales De Base A Support Compact**

**3.1 Fonctions radiales de base à support compact**

Une famille des CSRBF's a été introduite par Wu, puis par Wendland vers le milieu des années 1990 [6]. Généralement une fonction radiale de base à support compact est donnée par l'expression

$$\phi_{1,k}(r) = (1 - r)_+^k p(r) \quad \text{pour } k \geq 1$$

avec les conditions suivantes

$$(1 - r)_+^k = \begin{cases} (1 - r)^k & \text{si } 0 \leq r < 1 \\ 0 & \text{si } r \geq 1 \end{cases}$$

Où  $p(r)$  est l'un des polynômes prescrits par Wu ou Wendland, Les indices  $l$  et  $2k$  représentent respectivement la dimension et la souplesse de la fonction [6].

**Quelques fonctions de Wu et Wendland**

$$\phi_{2,0}(r) = (1 - r)_+^5 (1 + 5r + 9r^2 + 5r^3 + r^4)$$

$$\phi_{2,1}(r) = (1 - r)_+^4 (4 + 16r + 12r^2 + 3r^3)$$

$$\begin{aligned} \phi_{3,0}(r) &= (1 - r)_+^3 \\ \phi_{3,1}(r) &= (1 - r)_+^4 (1 + 4r) \end{aligned}$$

### 3.2 Complexité d'algorithme

A cause d'un support fini des fonctions radiales de base à support compact [5], cette méthode offre des avantages dans les trois phases de la reconstruction de la surface [4]. Construction du système, résolution du système et évaluation de la fonction d'interpolation. Le tableau 1 montre la complexité d'algorithme de deux fonctions d'interpolation.

	Thin-Plate-Spline (RBF)	Compact (CSRBF)
Construction du système	$O(N^2)$	$O(N \log N)$
Résolution du système	$O(N^2)$	$O(N^{1.5})$
L'évaluation de la fonction d'interpolation	$O(N)$	$O(\log(N))$

**Tableau 1** Comparaison la complexité en temps entre la fonction d'interpolation de RBF et la fonction d'interpolation de CSRBF

## IV. Résultats

Notre approche d'indexation d'images par le contenu basée sur la BEMD avec les fonctions radiales de base à support compact a été testée sur la base Columbia [7] qui contient 1440 images décrivant 20 différents objets (72 images par objet, chacune prise après une rotation de 5 degrés), chaque image est de taille 256\*256. Le choix de cette base se justifie pour tester l'invariance de cette approche vis-à-vis des transformations géométriques et la visibilité partielle des objets, un extrait de cette base est présenté sur la Figure 1. Afin de conclure, on présente une étude comparative avec la décomposition d'image en ses IMF's (Fonctions intrinsèque Modes) en utilisant les fonctions radiales de base globales.



**Fig1** Quelques images extraites de la base Columbia.

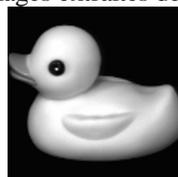
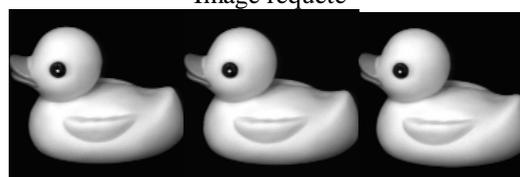


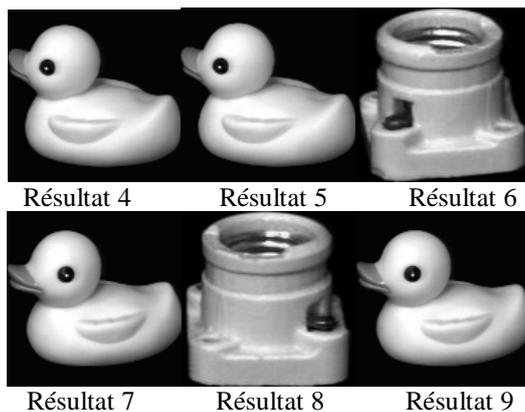
Image requête



Résultat 1

Résultat 2

Résultat 3



**Fig 2** Résultats de recherche en utilisant l'indexation d'images par BEMD avec les fonctions radiales de base globales

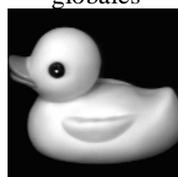
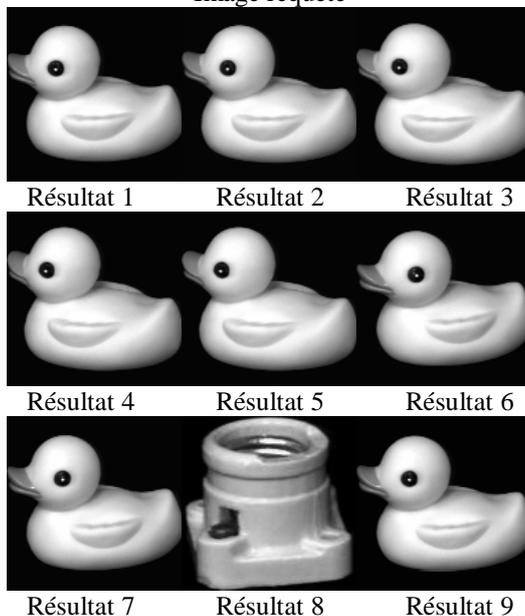


Image requête



**Fig 3** Résultats de recherche en utilisant l'indexation d'images par BEMD avec les fonctions radiales de base à support compact.

La Figure 2 et la Figure 3 montrent l'intérêt d'utiliser de tels descripteurs qui ont permis une recherche très fine par exploration des IMF's. Pour étudier la différence entre les deux méthodes (la BEMD par fonction radiale de base globale, et la BEMD par fonction radiale de base à support compact) nous allons utiliser la courbe précision/rappel [2].

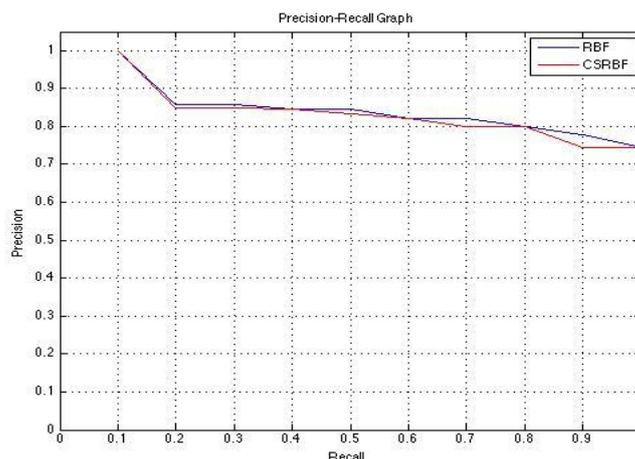


Fig 4 Courbe rappel précision

Dans le domaine d'indexation d'images le temps de calcul est un point clé pour les systèmes d'indexation des images. Dans ce cadre l'utilisation de BEMD avec les fonctions radiales globales pour l'extraction des IMF's était un problème, pour accélérer le processus de cette décomposition on a utilisé la BEMD avec les fonctions radiales de base à support compact. Le tableau ci-dessous présente le temps d'indexation de 10 images sélectionnées au hasard à partir de la base d'images Columbia [7].

	BEMD avec RBF	BEMD avec CSRBF
<b>10 images</b>	<b>400.63</b>	<b>210.88</b>

Tableau 2 Temps de calcul (en secondes) pour l'indexation de 10 images.

## V. Conclusion

L'utilisation des fonctions radiales de base à support compact dans le processus de décomposition BEMD afin d'extraire les IMF's à la place des fonctions radiales de base globales, montre une accélération importante dans le temps d'indexation et recherche d'images par le contenu. Ce qui montre l'intérêt de cette méthode. Tout en précisant qu'après l'évaluation de la courbe rappel/précision, la performance des deux méthodes reste du même ordre.

## Références

- [1]. J.C. Nunes, Y. Bouaoune, E. Delechelle, O. Niang, Ph. Bunel. Image analysis by bidimensional empirical mode decomposition. *Image and Vision Computing Journal*, 2003.
- [2]. A. Sabri, *Décomposition Multimodale Empirique Bidimensionnelle : Améliorations et Applications*, doctorat national UFR : Automatique et analyse des systèmes, le 13 juin 2009.
- [3]. ASabri, M. Karoud, M. Tairi, H. et A. Aarab. An efficient image retrieval approach based on spatial correlation of the extrema points of the IMF's. *International Review on Computer and Software (I.RE.CO.S)*, ISSN: 1828- 6003, Vol.3 N.6, November 2008, P: 597-604
- [4]. B S. Morse, T S. Yoo, P Rheingans, D T. Chen, K. R. Subramanian. *Interpolating Implicit Surfaces From Scattered Surface Data Using Compactly Supported Radial Basis Function*. Department of Computer Science, Brigham Young University, 2005.
- [5]. M. Arrazaki, T.Zougari. L'utilisation de fonction radiale de base à support compact pour accélérer le temps de décomposition BEMD. *IOSR Journal of VLSI and Signal Processing (IOSR-JVSP)* Volume 4, Issue 3, Ver. I (May-Jun. 2014), PP 24-29
- [6]. G. E. Fasshauer, *Meshfree Approximation Methods with Matlab* vol.6, Illinois Institute of Technology, USA 2007.
- [7]. S. Nene, S. Nayar, et H. Murase, Columbia object image library (COIL-20). Rapport interne CUCS-005-96, Columbia University Computer Science, février 1996.
- [8]. S. Derrode. Représentation de formes planes à niveaux de gris par différentes approximations de Fourier-Mellin analytique en vue d'indexation de bases d'images. Thèse de l'université de Rennes, décembre 1999.
- [9]. Flandrin, G. Rilling, P. Gonçalves. Empirical mode decomposition as a filterbank. *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 11, no. 2, pp 112-114, 2004.